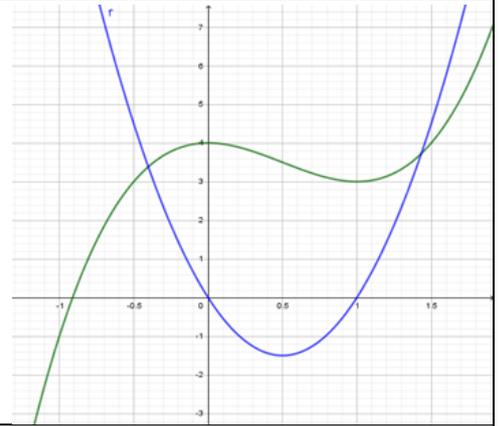


Das Vorzeichenwechselkriterium Lösung

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$

1. Ermittle graphisch die Ableitungsfunktion:



2. Wo hat die Funktion die Steigung 2?

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$$6x^2 - 6x = 2$$

$$6x^2 - 6x - 2 = 0 \quad | :6$$

$$x^2 - x - 1/3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{12} + \frac{4}{12}} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{7}{12}}$$

Bei $x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{7}{12}}$ und bei $x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{7}{12}}$ hat die Funktion die Steigung 2.

3. Wo hat die Funktion die Steigung 0?

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$$6x^2 - 6x = 0$$

$$6x(x - 1) = 0 \quad |$$

1. Fall: $6x = 0$

2. Fall: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

Bei $x = 0$ und bei $x = 1$ hat die Funktion die Steigung 0, also je eine Extremstelle.

4. Woran erkennt man, dass ein Extrempunkt ein Hoch- oder Tiefpunkt ist?

Hochpunkt: Wechsel von positiver zu negativer Steigung.

Tiefpunkt: Wechsel von negativer zu positiver Steigung

Hochpunkt



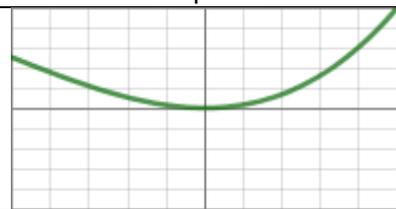
Hochpunkt bei $x = 0$

$$f'(-0,1) = 6(-0,1)^2 - 6(-0,1) = 0,66 > 0$$

$$f'(0,1) = 6(0,1)^2 - 6(0,1) = -0,54 < 0$$

Die Steigung wechselt von positiv zu negativ =>
Hochpunkt.

Tiefpunkt



Tiefpunkt bei $x = 1$

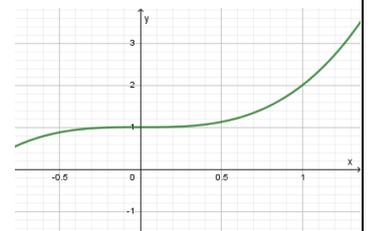
$$f'(0,9) = 6(0,9)^2 - 6(0,9) = -0,54 < 0$$

$$f'(1,1) = 6(1,1)^2 - 6(1,1) = 0,66 > 0$$

Die Steigung wechselt von negativ zu positiv =>
Tiefpunkt

Hat eine Funktion einen Sattelpunkt an einer Stelle, so ist die Steigung auch Null, aber es findet kein Wechsel statt. Überprüfe dies anhand der Funktion $f(x) = x^3 + 1$ und der Stelle $x = 0$

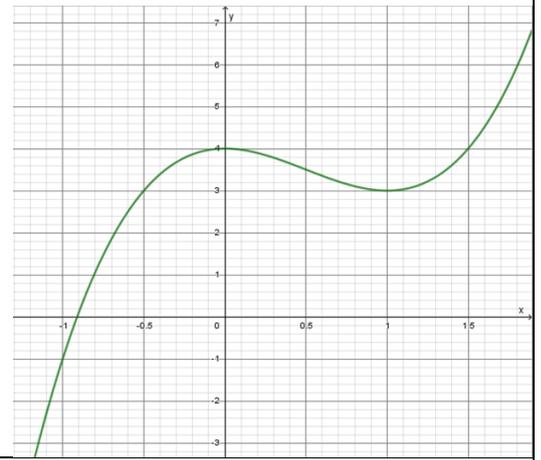
$$f'(x) = 3x^2 \quad f'(-0,1) = 0,03 > 0 \text{ und } f'(0,1) = 0,03 > 0 \text{ Kein Wechsel} \Rightarrow \text{Sattelpunkt.}$$



Das Vorzeichenwechselkriterium

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$

1. Ermittle graphisch die Ableitungsfunktion:



2. Wo hat die Funktion die Steigung 2?

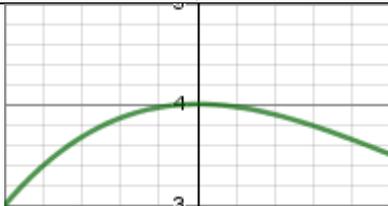
3. Wo hat die Funktion die Steigung 0?

4. Woran erkennt man, dass ein Extrempunkt ein Hoch- oder Tiefpunkt ist?

Hochpunkt: Wechsel von _____ zu _____ Steigung.

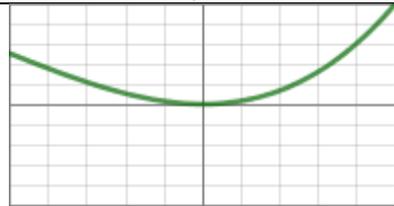
Tiefpunkt: Wechsel von _____ zu _____ Steigung

Hochpunkt



Hochpunkt bei $x = 0$

Tiefpunkt



Tiefpunkt bei $x = 1$

Hat eine Funktion einen Sattelpunkt an einer Stelle, so ist die Steigung auch Null, aber es findet kein Wechsel statt. Überprüfe dies anhand der Funktion $f(x) = x^3 + 1$ und der Stelle $x = 0$

